

121 Dimension d'un espace vectoriel (on se limitera au cas de la dimension finie). Rang. Exemples et applications.

Jonathan Loupia jonas001@free.fr <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

Plan :

- 1) Partie libre, génératrice, base [F1]
 - déf (ex : X^i pour une base de $\mathbb{K}[X]$ et $\mathbb{K}_n[X]$ pour une un ev de type fini)
 - existence de bases [F1] + [G1] (base incomplète ; appl : th de Riesz, normes équivalentes en dim finie)
- 2) Dimension d'un ev [F1]
 - Dimension d'un ev (toutes les bases ont même cardinal ; ex : $\text{Sym}(n, \mathbb{K})$ et $\text{Asym}(n, \mathbb{K})$)
 - Dimension d'un ss-ev (appl : démo de th en raisonnant par récurrence sur la dimension de l'espace ambiant ; ex : existence de bases orthogonales)
- 3) Utilisation de la dimension en théorie des corps [P] [Car]
 - extension de corps [P]
 - construction à la règle et au compas [Car]
- 4) Rang [F1] [G1]
 - def et propriétés (th du rang, inj \Leftrightarrow f surj \Leftrightarrow f bij : application : polynomes interpolateurs de Lagrange ; appl : Berlekamp ; appl : matrice à diagonale strictement dominante)
 - applications (classification des matrices par leur rang, classification des formes quadratiques, résolution de systèmes, rang de la comatrice [G1 p 147])

Développements :

- Berlekamp
- Wantzel
- matrice à diagonale strictement dominante + rang de la comatrice
- existence de base orthogonale + qqch

Bibliographie

- Fresnel "Algèbre des matrices" [F1]
- Gourdon "Algèbre" [G1]
- Perrin "Cours d'algèbre" [P]
- Carrega "La règle et le compas" [Car]