

119 Racines des polynômes à une indéterminée. Relations entre les coefficients et les racines d'un polynôme. Exemples et applications.

Jonathan Loupia jonas001@free.fr <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

Plan :

- 1) Premières propriétés [F4] [G1]
 - def de racine, au plus n racines (appl : tout sous-groupe fini du groupe multiplicatif K^* est cyclique, interpolation de Lagrange)
 - multiplicité (appl : dimension d'un sous-espace propre)
- 2) Extensions de corps par adjonction de racines
 - élément algébrique (appl : Wantzel)
 - corps de rupture
 - corps de décomposition (existence des corps finis)
 - équations résolubles par radicaux [Goz 172]
- 3) Relations entre coefficients et racines
 - relations (appl : exo sur internet (hyperbole), th de Wilson, \mathbb{C} est algébriquement clos)
 - polynômes de degré 3 de $\mathbb{R}[X]$ [G1]
- 4) Méthodes de localisation, de calcul et de comptage des racines
 - localisation des racines (plus grande racine, Gauss-Lucas, à l'aide de la matrice compagnon (cf td Herr)) [G1]
 - calcul approché des racines (Newton)
 - comptage des racines (suite de Sturm)

Développements :

- th de Wantzel
- équations résolubles par radicaux [Goz 172]
- quand les racines d'un polynôme de degré 3 constituent un triangle rectangle isocèle

Bibliographie

- Gourdon "Algèbre" [G1]
- Fresnel "Anneaux" [F4]
- Gozard "Théorie de Galois" [Goz]