

# 103 Exemples de sous-groupes distingués et de groupes quotients. Applications.

*Jonathan Loupia* [jonas001@free.fr](mailto:jonas001@free.fr) <http://jonas001.free.fr/agreg/index2.htm>

## Plan :

- 1) Caractérisation des sous-groupes distingués [F3] [Maz] [Del]
  - rappels et premiers exemples (relations d'équivalence à droite et à gauche, ex [Del])
  - caractérisations des sous-groupes distingués ( $[G:H] = 2$  et appl (groupe des isométries, groupe des rotations ( $O(E)$  et groupe diédral), noyau ( $A_n, SL(E)$ )))
- 2) Théorème d'isomorphisme et applications [F3]
  - groupes quotients
  - théorème
  - applications ( $GL_n(K)/SL_n(K) \simeq K^*$ , carrés de  $\mathbb{F}_p$ , groupe des nombres complexes de module 1  $\simeq \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ )
- 3) Centre et notion de groupe simple [F3]
  - centre d'un groupe
  - quotient par le centre [Del]
  - groupes simples (déf,  $A_n, SO_3(\mathbb{R})$ )
- 4) Groupes dérivés et résolubilité [Del]
  - groupe dérivés
  - groupes résolubles
  - application : équation résolubles par radicaux [Goz]

## Développements :

- équations résolubles par radicaux [Goz 172]
- $SO(3, \mathbb{R})$  est simple

## Bibliographie

- Delcourt "Théorie des groupes" [Del]
- Mazet "Algèbre et géométrie pour le CAPES et l'agrégation" [Maz]
- Gozard "Théorie de Galois" [Goz]